b) En déduire : $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{F(x)}{x}$

2)a) Montrer que pour tout x de] 1 , $+\infty$ [et pour tout t de [x , x^2]

on a : $\frac{x}{tLogt} \le \frac{1}{Logt} \le \frac{x^2}{tLogt}$.

b) En déduire que pour tout x de $]1,+\infty[$ on a :

$xLog2 \le F(x) \le x^2Log2$

c) Montrer alors que F est continue en 1.

3)a) Montrer que $\forall x \in]1,+\infty[$, F est dérivable et que $F'(x) = f(x)$.

b) Soit $x \in]1,+\infty[$. Montrer qu'il existe un réel c de $]1,x[$ tel que :

$F(x) - F(1) = (x-1)F'(c)$.

c) En déduire que F est dérivable à droite en 1 et que $F'(1) = 1$.

4) Dresser le tableau de variation de, F et tracer la courbe représentative C' de F (on précisera la nature de la branche infinie de C').

III- Soit α un réel de $]1,+\infty[$ et $A(\alpha)$ l'aire de la region du plan P délimitée par la courbe C_f et les droites d'équations respectives : y=0, x=1 et $x = \alpha$.

1) Montrer que pour tout x de $]1,+\infty[$ on a $F(x) = \int_1^x f(t)dt + Log2$.

2) En déduire : $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} \frac{A(\alpha)}{\alpha}$ et $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} \frac{A(\alpha)}{\alpha^2}$.

UNE CORRECTION POSSIBLE

EXERCICE 1

1)

$\left.\begin{array}{l} f(B) = I \\ f(I) = D \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{ID}{IB}$ est le rapport de f et $\widehat{(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{ID})}$ est l'angle de f.

- $\frac{ID}{IB} = \frac{ID}{AD}$ car $IB = \frac{1}{2}AB = AD$

$= \frac{1}{\cos\widehat{AID}} = \frac{1}{\cos\frac{\pi}{4}}$ car ADI est rectangle et isocèle en A

$= \sqrt{2}$.

- $\widehat{(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{ID})} \equiv \widehat{(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{IA})} + \widehat{(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{ID})}$ $[2\pi]$

$\equiv 0 - \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$